

# Wymagania edukacyjne z matematyki Klasa III (zakres podstawowy i rozszerzony)

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Podział ten należy traktować jedynie jako propozycję. Poniżej przedstawiamy wymagania dla zakresu rozszerzonego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych, a także rozszerzających i dopełniających, pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

**Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową.

## 1. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie <math>a \neq 0</math>, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przesuwa wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, aby otrzymać wykres <math>y = \frac{a}{x-p} + q</math> w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji <math>y = \frac{a}{x-p} + q</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li></ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje równania i nierówności wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje układy nierówności wymiernych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach</li></ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem</li> </ul>

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>

## 2. TRYGONOMETRIA

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory: <math>\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math>, <math>\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha</math> <math>\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha</math>, <math>\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha</math> do obliczania wartości wyrażenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: <math>P = \frac{1}{2} a \square</math> oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku <math>a</math>: <math>P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach</li> </ul>

### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach</li> </ul>

• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych $\alpha$ i $90^\circ - \alpha$
• wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta
• uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną
• wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań
• stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• wyprowadza wzór $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
• uzasadnia niektóre własności czworokątów

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
• uzasadnia związki miarowe w czworokątach
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

### 3. PLANIMETRIA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje własności wielokątów foremnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia zależności w wielokątach foremnym o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>

## 4. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza logarytm danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. <math>\log_2 3</math></li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu</li> </ul>

## 5. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• zaznacza kąt w układzie współrzędnych
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: $90^\circ$ , $120^\circ$ , $135^\circ$ , $150^\circ$
• określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
• zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$ , $k \in \mathbf{Z}$
• zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
• odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$ , gdzie $f$ jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
• szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$ , gdzie $f$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
• uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
• zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$ , gdzie $k \in \mathbf{Z}$
• stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
• rozwiązuje proste równania trygonometryczne
• posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: $-90^\circ$ , $315^\circ$ , $1080^\circ$
• stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
• wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji okresowej
• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
• stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
• udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych

<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań trygonometrycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta</li></ul>

Poziom (**W**)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności</li></ul>